

MINISTERUL EDUCAȚIEI



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Specializare: Matematică

TEZĂ DE ABILITARE
-REZUMAT-

Câteva contribuții

la aproximarea

funcțiilor nemărginite

Conf. Dr. Adrian HOLHOȘ

Facultatea de Automatică și Calculatoare

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca

Cluj-Napoca

2021

Această teză de abilitare, intitulată *Câteva contribuții la aproximarea funcțiilor nemărginite*, conține o parte din rezultatele activității mele de cercetare din domeniul Teoriei Aproximării după obținerea titlului de doctor în Matematică la Universitatea Babeș-Bolyai. Ea reprezintă o continuare a studiului întreprins în perioada doctoratului (2006-2010) sub îndrumarea Profesorului Ioan Gavrea asupra operatorilor liniari și pozitivi. Noile rezultate sunt prezentate într-un cadru mai general, acela al operatorilor subliniari și pozitivi, care au fost introduși și studiați în ultimii zece ani. În acest fel, rezultate mai vechi legate de operatori liniari și pozitivi, cât și rezultatele noi legate de operatorii de tip maxim-produs pot fi prezentate într-un mod unificat.

Teza are două părți distincte. Prima parte conține rezultatele științifice obținute de autor în ultimii patru ani. Pentru o prezentare unitară și concisă, nu au fost prezentate toate rezultatele obținute de autor, ci doar cele mai semnificative. A doua parte a tezei prezintă câteva planuri de viitor legate de cariera academică.

Prezentarea rezultatelor este una didactică. În Capitolul 1 se prezintă câteva noțiuni introductive care sunt necesare pentru înțelegerea rezultatelor conținute în teză. Se introduce noțiunea de spațiu ponderat de funcții, care reprezintă spațiul funcțiilor nemărginite care vor fi approximate. Apoi se definesc operatorii subliniari și pozitivi și se prezintă câteva proprietăți de bază ale acestora. Ei reprezintă o generalizare a operatorilor liniari și pozitivi și pot fi folosiți pentru aproximarea funcțiilor. În ultima secțiune a acestui capitol este prezentat un modul de continuitate introdus de autor pentru estimarea erorii în aproximarea funcțiilor din spații ponderate. În acest cadru general, este inclus un nou rezultat pentru estimarea erorii de aproximare.

În Capitolul 2 se prezintă trei șiruri de operatori de tip maxim-produs. Ei sunt definiți pornind de la operatorii clasici ai lui Szász-Mirakyan, Meyer-König și Zeller și o generalizare a operatorilor lui Favard, prin schimbarea operatorului sumă cu operatorul de maxim. Rezultatele pe care le-am obținut arată potențialul unor astfel de operatori pentru aproximarea nu doar a funcțiilor mărginite, ci și a funcțiilor nemărginite. În toate trei cazurile și pentru o clasă mare de funcții, rata de aproximare este mai bună decât rata de aproximare obținută în cazul operatorilor clasici care au stat la originea lor. Acești operatori de tip maxim-produs au fost introduși relativ recent, iar numărul de articole dedicate acestui tip de operatori, care este în continuă creștere, arată o direcție viitoare de cercetare demnă de luat în considerare.

Capitolul 3 conține câteva rezultate legate de operatorii de tip exponențial, care sunt niște operatori liniari și pozitivi care au la baza definirii lor o ecuație diferențială. Pentru acești operatori, se obține comportarea asimptotică a momentelor și, apoi, două rezultate generale de tip Voronovskaya. Din pricina spațiului limitat care a fost alocat prezentării, au fost incluse doar o parte a rezultatelor generale, dar trebuie să menționez că pot fi date și alte rezultate generale și foarte multe cazuri particulare.

Capitolul 4 prezintă trei exemple de operatori care au fost obținuți din operatori clasici prin ridicarea la putere a funcțiilor de bază și apoi aplicată normalizarea. Ei sunt operatorii Bernstein, operatorii Szász-Mirakyan și operatorii Baskakov cu baza la pătrat. Acești operatori obținuți din operatorii clasici de tip exponențial sunt și ei la rândul lor de tip exponențial. Astfel că, o parte din rezultatele generale prezentate în Capitolul 3 pot fi aplicate și acestor operatori. În acest fel, obținem rezultate noi care nu au fost publicate nicăieri altundeva. Este de menționat că am reușit să demonstrăm chiar și o conjectură încă nerezolvată până acum. Pentru fiecare din acești trei operatori, am obținut ecuația diferențială care stă la bază, am dat o reprezentare a primului moment și am studiat comportarea asimptotică a primului moment central. De asemenea, am obținut o margine superioară a celui de-al doilea moment central, lucru care este foarte important pentru rezultatele de aproximare uniformă.

Partea a doua a tezei conține Capitolul 5, în care sunt prezentate câteva planuri academice pentru viitor. Intenționez să continui activitatea mea didactică și de cercetare la Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca, unde îmi desfășor activitatea în prezent. În ce privește predarea la studenți, în noul context de învățare online, doresc să îmbunătățesc metodele utilizate în edu-

cație, pentru a implica studenții într-un mod activ-participativ. De asemenea, plănuiesc să fac propuneri de cercetare și să îndrum studenții de master și doctorat.

În ce privește colaborările, până acum am avut o bună colaborare cu colega mea Daniela Roșca și am scris cinci articole împreună. De asemenea, am scris o lucrare în colaborare cu colectivul de la departamentul de Inginerie Electrică și recent, o lucrare împreună cu Vijay Gupta. Acestea dovedesc că autorul poate lucra cu succes în echipe de cercetare atât la nivel național, cât și internațional. Intenționez să continui aceste colaborări și să încep altele noi. De fapt, tocmai am început o colaborare cu o echipă de cercetare de la Universitatea Harran din Turcia. Sper să fie una fructuoasă.

Plănuiesc să public și o monografie care să conțină toate rezultatele obținute deja cât și altele noi care vor apărea din proiectele viitoare. Câteva din aceste proiecte viitoare vreau să le prezint pe scurt în continuare.

Vreau să extind studiul operatorilor de tip exponențial în câteva direcții. În primul rând, ecuația diferențială care stă la baza acestor operatori poate fi dată într-o formă mai generală care să includă și alte tipuri cunoscute de operatori liniari și pozitivi. Cât de mult poate fi generalizată această ecuație? Nu toți operatorii liniari și pozitivi sunt de tip exponențial. Este posibil să extindem ecuația diferențială la o anumită relație care să permită includerea în clasa aceasta generală și alte tipuri de modificări ale operatorilor clasici (de exemplu de tip Chlodovsky, sau Kantorovich, sau Durrmeyer)? Așadar, o direcție de cercetare este aflarea celei mai generale forme a ecuației care poate fi considerată.

În teză am dat câteva rezultate legate de aproximarea punctuală și asimptotică a operatorilor de tip exponențial. Ce alte proprietăți pot fi deduse din ecuația diferențială pe care o verifică? Putem obține rezultate de aproximare uniformă pentru această clasă generală de operatori. Ce putem spune de clasa maximală a funcțiilor care pot fi approximate cu ajutorul unui șir dat de operatori de tip exponențial? Cum o putem determina din ecuație? Aceste întrebări motivează un studiu viitor.

O clasă de operatori de tip exponențial pe care am început să o studiem este cea a operatorilor construiți prin ridicarea la pătrat a bazei operatorilor clasici. Ce funcție poate aleasă în locul funcției putere astfel încât operatorii să fie de tip exponențial? Care sunt proprietățile acestor noi operatori? Oare au proprietăți bune de aproximare? Aceasta este o altă direcție pentru un studiu viitor.