

Domeniu fundamental: Matematică și Științele naturii  
Specializare: Matematică

# **TEZĂ DE ABILITARE**

## **- REZUMAT -**

**REZULTATE ÎN ANALIZA VARIAȚIONALĂ ȘI  
TEORIA APROXIMĂRII**

**Conf. dr. Daniela Ioana INOAN**

**Facultatea de Automatică și Calculatoare  
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca**

**- Cluj-Napoca -  
2024**

Prezența teză de abilitare are la bază rezultatele cele mai semnificative publicate de autoare după obținerea titlului de Doctor în Matematică, în 2003, în cadrul școlii doctorale din Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca. Candidata s-a alăturat Departamentului de Matematică al Universității Tehnice din Cluj-Napoca în anul 2000, și ocupă în prezent un post de conferențiar în acest departament.

Conținutul acestei teze este structurat în două părți. Prima parte prezintă realizările științifice, academice și profesionale, și conține o selecție de rezultate publicate în diferite lucrări, în două direcții principale de cercetare: Analiză variațională și Teoria aproximării. Partea a doua este axată pe planurile de evoluție și dezvoltare a carierei. Partea I (principală) are patru capitole, treisprezece secțiuni și o secțiune de Bibliografie. În cele ce urmează, menționăm câteva detalii despre fiecare dintre cele patru capitole.

Capitolul 1: *Probleme de echilibru cu trifuncții*; Secțiuni: *Introducere, Teoreme de existență via dualitate pentru probleme de echilibru cu trifuncții, Calmul soluției ca aplicație.*

Problemele de echilibru sunt studiate intensiv datorită numeroaselor clase de probleme pe care le includ și datorită aplicațiilor pe care le au. Rezultatele care compun acest capitol au fost publicate în articole scrise în colaborare cu Prof. Jozsef Kolumbán de la Universitatea Babeș-Bolyai din Cluj-Napoca (coordonatorul de doctorat al candidatei). În teoria clasică a echilibrului, funcția care apare în enunțul problemei are două variabile – o noutate a acestei cercetări este folosirea unei funcții cu trei variabile (trifuncție). Prezența a trei variabile permite extinderea noțiunii de pseudomonotonie și oferă mai multă libertate în alegerea condițiilor impuse.

Sunt investigate două aspecte principale: existența unei soluții și calmul aplicației soluție, atunci când problema depinde de un parametru. Conceptele de monotonie și pseudomonotonie sunt generalizate de la bifuncții la trifuncții, și sunt identificate condiții suficiente pentru echivalența dintre problema primară și problema duală. Existența soluțiilor este demonstrată cu ajutorul unei versiuni a Lemei de intersecție a lui Ky Fan. Rezultatele abstracte sunt aplicate ulterior unei probleme mixte de echilibru, formulată cu o sumă de două funcții având proprietăți diferite.

Calmul unei funcții este o proprietate importantă de stabilitate, deoarece furnizează o margine a distanței dintre soluțiile perturbate și cele neperturbate. Majoritatea studiilor existente asupra calmului soluțiilor au fost concentrate asupra unor probleme particulare, cum ar fi inegalități variaționale sau probleme de optimizare. Rezultatele prezentate în ultima secțiune a Capitolului 1 sunt despre o problema mai generală de echilibru, particularizată ulterior la o inegalitate de tip hemivariațional.

Capitolul 2: *Probleme variaționale cu relații*; Secțiuni: *Introducere, Probleme variaționale cu relații via teoreme de punct fix pentru contracții, Sisteme quasi-variaționale cu relații, Factorizarea sistemelor quasi-variaționale cu relații, Calmul aplicației soluție a problemelor variaționale parametrice cu relații.*

Problemele variaționale cu relații au apărut pentru prima dată în 2008, într-o lucrare a lui D.T. Luc, ca o abordare unitară pentru inegalități variaționale, incluziuni variaționale, probleme de optimizare sau de echilibru. În acest capitol s-au folosit teoreme de punct fix pentru contracții în spații metrice complete (Matkowski, Wegrzyk, Reich) pentru a demonstra rezultate de existență pentru relații variaționale și de asemenea pentru sisteme de probleme variaționale cu relații. Rezultatele abstracte au fost aplicate mai apoi pentru o problemă de

echilibru multivocă și pentru o inegalitate quasi-variatională, adică o inegalitate variatională în care și mulțimea restricțiilor depinde de variabilă.

Sistemele variaționale cu relații au fost investigate și printr-o metodă de factorizare, care se concentrează asupra întrebării: în ce ipoteze solvabilitatea unor probleme parțiale implică existența unei soluții pentru întregul sistem? În rezultatele obținute se impun condiții mai slabe decât cele de închidere și convexitate a relațiilor. Ca exemple, sunt prezentate o inegalitate variatională de tip Minty și o problemă de echilibru de tip Nash.

În cazul unor probleme care depind de parametri, s-au determinat, în ultima secțiune din Capitolul 2, condiții pentru calmul aplicației soluție.

Capitolul 3: *Monotonia generalizată în contextul inegalităților variaționale*; Secțiuni: *Introducere, Inegalități variaționale guvernate de aplicații pseudomonotone, Inegalități similar-variaționale guvernate de aplicații pseudomonotone.*

Acest capitol conține studii asupra unor proprietăți de monotonicitate generalizată, definite în cadrul mai particular al inegalităților variaționale sau similar-variaționale. Mai precis, se discută despre trei tipuri de pseudomonotonie a aplicațiilor multivoce: algebrică, topologică, și o a treia care, într-un fel, le generalizează pe primele două. Aceste noțiuni sunt comparate între ele, ilustrate prin exemple, și incluse în condițiile care asigură existența soluțiilor unor inegalități variaționale.

Sunt cercetate de asemenea și inegalități similar-variaționale. Acestea extind inegalitățile variaționale clasice înlocuind diferența „ $y-x$ ” care apare în formularea lor cu o funcție mai generală. În majoritatea lucrărilor existente, se presupune că această funcție este afină în prima variabilă. Aici s-a considerat situația când ea satisface o ipoteză mai slabă, și anume este  $ql$  în prima variabilă.

Capitolul 4: *Proprietăți de aproximare a operatorilor de tip Szsász-Mirakyan*; Secțiuni: *Introducere, Operatori Szsász-Mirakyan generalizați.*

Capitolul 4 conține studii dintr-o direcție de cercetare diferită. În timp ce capitolele precedente sunt în esență parte a Analizei Neliniare, acesta abordează probleme din Teoria Aproximării legate de operatori liniari – mai precis operatori Szsász-Mirakyan clasici și modificați. Rezultatele asupra acestui subiect au fost obținute în colaborare cu Prof. Ioan Rașa de la Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca și Prof. Ali Aral de la Universitatea Kirikkale, Turcia.

Binecunoscutul operator liniar și pozitiv Szsász-Mirakyan acționează asupra unor funcții definite pe intervalul nemărginit al numerelor reale pozitive. A fost introdus în 1950 și de atunci au apărut diferite variante în lucrările mai multor cercetători.

Acest capitol examinează principalele proprietăți ale unui nou proces de aproximație bazat pe un astfel de operator: convergența uniformă ponderată, o teoremă de tip Voronovskaya și proprietăți de conservare a formei. De asemenea, este estimată diferența dintre un operator Szsász-Mirakyan modificat și cel clasic.

Rezultatele activității de cercetare a candidatei au fost publicate în 46 de lucrări, dintre care 22 în reviste cotate ISI. Unele dintre rezultate au fost prezentate în cadrul unor conferințe naționale și internaționale.

Scorul total este 8.89, calculat din 18 lucrări publicate în reviste cu Scorul Relativ de Influență mai mare decât 0.5.

Impactul cuantificat prin numărul de citări este: - 248 citări, h-index=7 (Google scholar) - 155 citări, h-index=7 (Web of Science) și 31 citări în reviste cu SRI mai mare decât 0.5.

Alte realizări profesionale ale candidatei pot fi menționate: a activat ca referent pentru câteva reviste ISI; a fost membru în comisii pentru evaluarea tezelor de doctorat sau pentru ocuparea posturilor didactice; a fost implicată ca membru în trei proiecte de cercetare și într-un proiect didactic; a coordonat un proiect de cercetare obținut prin competiție națională (Analiza sensibilității față de formă pentru soluțiile unor probleme variaționale- Grant AT – CNCSIS); a participat la organizarea a șapte ediții a conferinței *International Conference on Applied Mathematics and Computer Science*, organizată de Departamentul de Matematică-UTCN împreună cu asociația "Seminarul Theodor Angheluță".

Activitatea didactică include predarea unor cursuri și seminarii, în româna și engleză, la disciplinele: Analiză matematică (calcul diferențial și integral, ecuații diferențiale), Matematici speciale în inginerie (analiză complexă, transformate integrale), Algebră liniară și geometrie analitică.

În partea a II-a a tezei sunt prezentate planuri pentru dezvoltarea carierei, atât în ceea ce privește activitatea de cercetare cât și cea didactică. Candidata intenționează să continue activitatea științifică în mai multe direcții:

- Probleme variaționale cu relații,
- Probleme de echilibru (în special cele definite cu trifuncții, dar nefiind excluse nici cele clasice),
- Stabilitatea Hyers-Ulam a unor ecuații diferențiale și integrale.

Sunt expuse de asemenea câteva idei menite să îmbunătățească gestionarea carierei academice (o mai bună diseminare a rezultatelor, creșterea vizibilității internaționale, participarea la competiții pentru granturi).

În cadrul Departamentului de Matematică, se dorește continuarea activității didactice, fructificând cei peste 20 de ani de experiență. Pe scurt, unele din măsurile de îmbunătățire sunt:

- Actualizarea permanentă a conținuturilor predate și conectarea lor cu aplicațiile,
- Îmbunătățirea modului de comunicare cu studenții,
- Revizuirea și redactarea unor materiale noi destinate studenților.